

# ANÁLISIS MULTIFRACTAL DEL CARBONO EN LOS SUELOS

## 3. ESTIMACIONES ESCALANTES

### Multifractal Analysis of Soil Organic Carbon in Soils:

### 3. Scaling Estimations

**Fernando Paz Pellat<sup>1,‡</sup>, Claudio Balbontín Nesvara<sup>1</sup>, Jorge Etchevers Barra<sup>1</sup>,  
Mario Martínez Menes<sup>1</sup> y Carlos Ortiz Solorio<sup>1</sup>**

#### RESUMEN

En la realización de inventarios del carbono orgánico en los suelos (COS), el número de muestreos en campo es limitado, por lo que el uso de la tecnología de los sensores remotos es una alternativa. Un problema que se evidencia al relacionar la información espectral de los sensores remotos con la información de campo del COS, es el poder construir una función de escalamiento que nos permita conocer el COS a la escala de los píxeles de las imágenes satelitales. Así, usando la teoría de los procesos multifractales y los parámetros de la función universal de escalamiento del COS para México (periodo 2001-2002), se presentan las relaciones de escala para los momentos estadísticos de un proceso multifractal log-normal, el cual fue utilizado para modelar la función de escalamiento del COS. Al final se presentan los resultados de escalar muestras de campo hasta las dimensiones de los píxeles de diferentes satélites. Adicionalmente, se discute el caso del escalamiento del promedio del COS a la escala de una barrena de una pulgada y dimensiones mayores.

**Palabras clave:** estimación multifractal, escalamiento del carbono en suelo, multifractales log-normales.

#### SUMMARY

In soil organic carbon (SOC) surveys the number of field samples is limited. In this scenario the use of remote sensing technology is a promising alternative. The problem of relating remote sensing spectral information to SOC

field information occurs when attempting to define a scaling function that would determine SOC at the scale of pixels in satellite images. Thus, in this paper we use the multifractal process theory and the parameters of the universal scaling function of SOC in Mexico (period 2001-2002) to derive scaling relations for the statistical moments of a lognormal multifractal, which was used to model the SOC scaling function. Finally, the results are presented of scaling from field samples to dimensions of the pixels of different satellites. In addition, the case of scaling average SOC in samples from a one inch, or larger, auger is discussed.

**Index words:** multifractal estimation, soil carbon scaling, log-normal multifractals.

#### INTRODUCCIÓN

La realización de inventarios del carbono orgánico en los suelos (COS) a escala de país es una tarea extremadamente difícil de realizar, dadas las limitaciones de disponibilidad de muestreos extensivos. Una alternativa para complementar los inventarios de COS es el uso de la tecnología de los sensores remotos usando la información espectral (radiancias, las cuales son convertidas a reflectancias) disponible en las imágenes satelitales.

En lo general, la metodología usada para asociar la información espectral a las propiedades físicas y químicas de los suelos ha consistido en el uso de técnicas estadísticas multivariadas. Los trabajos realizados en este campo han sido diversos y enfocados a características del suelo asociadas con las reflectancias: textura (Coleman y Tadesse, 1995; Palacios-Orueta y Ustin, 1996; Chabrilat *et al.*, 2002), color (Fernández y Schulze, 1987; Post *et al.*, 1994; Galvao *et al.*, 1997; Mattikalli, 1997; Sánchez-Marañón *et al.*, 1995), propiedades químicas, principalmente materia orgánica y óxidos de hierro (Galvao *et al.*, 1997; Chen *et al.*, 2000; Udelhoven *et al.*, 2003) y salinidad (Metternicht y Zinck, 2003).

<sup>1</sup> Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo. 56230 Montecillo, Estado de México.

<sup>‡</sup> Autor responsable (pellat@colpos.mx)

Coleman *et al.* (1993) han discutido las limitaciones de los sensores remotos en la ciencia del suelo, señalando que los efectos atmosféricos y el problema de escala son las mayores limitantes. El caso del efecto atmosférico es ampliamente discutido por Paz *et al.* (2006), quienes proponen esquemas operacionales para eliminar o reducir dicho efecto en las bandas del rojo (R) e infrarrojo cercano (IRC). Este par de bandas espectrales son comunes en prácticamente todos los satélites públicos y comerciales.

Un punto crítico en la aplicación de la tecnología de los sensores remotos para estimar el COS, por ejemplo, es el relacionado con la escala de muestreo y la resolución espacial de las imágenes satelitales. En términos generales, los muestreos del COS cubren una área de fracciones de un metro cuadrado y las imágenes de satélite tienen píxeles que van de 100 (SPOT 5) a 1 000 000 (NOAA) metros cuadrados. El orden de magnitud de escalamiento es muy grande.

**PROCESOS MULTIFRACTALES**

La teoría de procesos multifractales ha sido utilizada para modelar una función universal de escalamiento que permita pasar de una escala a otra y así resolver el problema de calibrar las imágenes satelitales con información de campo del COS, por ejemplo. Los procesos multifractales para una variable normalizada por el promedio,  $f_\lambda$ , pueden ser caracterizados por su distribución de probabilidad ( $Pr$ ):

$$Pr\{f_\lambda \geq I^g\} \approx I^{-C(g)} \tag{1}$$

o por sus momentos estadísticos:

$$E[(f_\lambda)^q] \approx I^{K(q)}, \quad I > 1 \tag{2}$$

donde el signo  $\approx$  significa igualdad dentro de factores multiplicativos logarítmicos.

La razón de escala  $\lambda = L / 1$ ,  $\lambda > 1$ , es el cociente entre la dimensión máxima de la región espacial de análisis ( $L$ ) y la resolución espacial del muestreo (1).

Los valores de la variable normalizada  $f_\lambda$  puede expresarse en forma independiente de la escala como:

$$f_1 = I^g \tag{3}$$

donde  $\gamma$ , es el generador u orden de singularidad del proceso. De la Ecuación 3 el orden de singularidad está dado por:

$$g = \frac{\log(f_1)}{\log(I)} \tag{4}$$

Las funciones  $C(\gamma)$  y  $K(q)$  describen el comportamiento probabilístico del proceso multifractal en función de la escala  $\lambda$  (Schertzer y Lovejoy, 1983).

Para procesos multifractales continuos conservativos, las funciones universales escalantes que los caracterizan en forma completa (Schertzer y Lovejoy, 1987, 1989, 1991; Brax y Pechanski, 1991; y Kida, 1991) son:

$$C(g) = \begin{cases} C_1 \left( \frac{g}{C_1 a^1} + \frac{1}{a} \right)^{a^1}, & a \neq 1 \\ C_1 \exp\left(\frac{g}{C_1} + 1\right), & a = 1 \end{cases}$$

$$K(q) = \begin{cases} \frac{C_1}{a-1} (q^a - q), & a \neq 1 \\ C_1 q \ln(q), & a = 1 \end{cases} \tag{5}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^1} = 1$$

donde:  $C_1$  = es la codimensión de la singularidad media del proceso y mide la fractalidad promedio ( $0 \leq C_1 \leq d$ ) y  $d$  es la dimensión fractal de la singularidad media.

$\alpha$  = es el índice de Levy ( $0 \leq \alpha \leq 2$ ), el cual define que tan rápido se incrementa la fractalidad con singularidades crecientes. Para  $\alpha = 2$ , el proceso es log normal.

En procesos multifractales no conservativos ( $E[f_1] \neq 1$ ) es necesario introducir un nuevo parámetro en las funciones universales:

$$C(g) \rightarrow C(g + H)$$

$$K(q) \rightarrow K(q) - qH \tag{6}$$

donde  $H$  es un parámetro así designado en honor a Hurst, que mide el grado de no conservación del proceso ( $0 \leq H \leq 1$ ).

Las funciones de estructura espacial de un proceso multifractal están dadas por:

$$\begin{aligned} E[(\Delta Z_l)^q] &\approx I^{-V(q)} \\ E[(\Delta Z_l)^q] &= E\left[|Z_l(x) - Z_l(x+h)|^q\right] \\ V(q) &= qH - K(q) \end{aligned} \quad (7)$$

donde:  $E[(\Delta Z_l)^q]$  es llamada función de estructura (Monin y Yaglom, 1975) y  $\zeta(1) = H$

### ESTIMACIONES ESCALANTES

La ventaja del formalismo multifractal caracterizado por  $\gamma$ ,  $C(\gamma)$ ,  $K(q)$ ,  $\zeta(q)$ , es que se pueden utilizar las funciones escalantes universales en forma independiente de la escala, ya que éstas son invariantes en una amplitud de escalas. Así, es posible estimar los momentos estadísticos de una densidad normalizada, usando  $K(q)$  o  $\zeta(q)$ . Para la estimación de distribuciones de probabilidad, la densidad conservativa a la escala de observación  $\lambda$  se usa para evaluar  $\gamma$ , (Ecuación 4), y a partir de la función codimensión  $C(\gamma)$  conviene calcular las probabilidades asociadas a diferentes valores de  $\gamma$ . Estas estadísticas no están condicionadas a observaciones realizadas en campañas de muestreo, por lo que es necesario el uso de estadísticas condicionadas para realizar estimaciones óptimas (Salvadori *et al.*, 2001).

Usando momentos estadísticos conjuntos es factible estimar estadísticas multifractales condicionadas a datos muestrales (Lovejoy *et al.*, 2001) como sigue:

$$\begin{aligned} \Pr\{g_e | g_m\} &= \frac{\Pr\{g_e, g_m\}}{\int \Pr\{g_e, g_m\} dg_e} \\ E[(f_{l_e})^{qe}]_{g_m} &= \int I^{qe g_e} \Pr\{g_e | g_m\} dg_e \end{aligned} \quad (8)$$

donde el subíndice  $m$  indica el promedio medido y el subíndice  $e$  es estimado.

La solución de las funciones de estructura espacial (Ecuación 8) requiere ser resuelta numéricamente para los casos del índice de Levy  $\alpha$  fraccional. En el caso de un multifractal lognormal ( $\alpha = 2$ ), las soluciones son analíticas (Lovejoy *et al.*, 2001). Las estadísticas condicionadas del caso de gran interés en la práctica

de extrapolar (agregar) una medición a la escala  $\lambda_e$  a una escala mayor  $\lambda_m$  ( $\lambda_e < \lambda_m$ ) para proceso multifractal log-normal están dadas por:

$$\begin{aligned} \Pr\{f_{l_e} > I^{g_e} | g_m\} &\approx I_e^{-C^*} (g_e - g_m - C_1^*) \\ E[(f_{l_e})^{qe}]_{g_m} &= I^{K^*(q_e)} I^{qe(g_m + C_1^*)} \end{aligned} \quad (9)$$

donde \* significa que las funciones multi-escalantes deben evaluarse usando el parámetro:

$$\begin{aligned} C_1^* &= C_1(1 - t^{-1}) \\ t &= \frac{\log(I_m)}{\log(I_e)} > 1 \end{aligned} \quad (10)$$

### CAMBIO DE ESCALA DE LOS MUESTREOS DEL CARBONO ORGÁNICO EN LOS SUELOS (COS)

A fin de estimar la función universal de escalamiento del COS de México se analizaron las funciones de estructura espacial usando una base de datos de COS (SEMARNAT-CP, 2001-2002) para estimar los parámetros de la función. La Figura 1 muestra los resultados obtenidos del proceso de ajuste.

El caso analizado del contenido de COS se puede analizar usando una aproximación de multifractal log-normal conservativo, considerando que  $H \approx 0$  y  $\alpha \approx 2$ . El valor estimado de  $C_l = 0.033$  será usado en los cálculos siguientes. La ventaja de aproximar la función de escalamiento universal del COS con un modelo multifractal log-normal es que se puede utilizar a las soluciones analíticas dadas por las relaciones (9) y (10), para analizar el efecto de escala en los momentos estadísticos.

Usando una escala exterior de  $L = 3,275,000$  m y una escala de muestreo  $l_m = 0.2$  m ( $\lambda_m = 16,375,000$ ), el Cuadro 1 presenta el efecto de escala en la agregación de las muestras de campo a las escalas de píxeles, promedios ( $q_e = 1$ ) de diferentes satélites con longitudes  $l_e$ . En el Cuadro 1 se estimaron los promedios agregados a diferentes escalas de los píxeles de los satélites

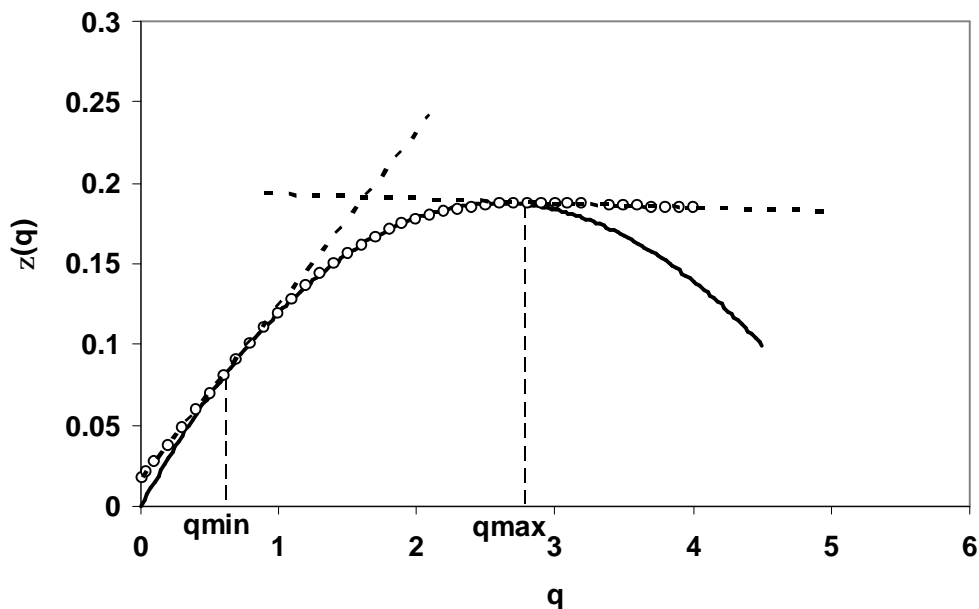


Figura 1. Función universal de  $z(q)$  estimada ( $H = 0.12$ ,  $\alpha = 1.83$  y  $C_l = 0.033$ ) para el carbono orgánico en los suelos (COS) en México, 2001-2002.

considerando un rango de singularidades  $\gamma$  representativas de la amplitud de variación del contenido de CO de la base de datos analizada ( $0 \text{ kg m}^{-2} \leq \text{CO} \leq 85.8 \text{ kg m}^{-2}$ ).

En el Cuadro 1 se observa que a medida que las singularidades son mayores (valores grandes del COS), el promedio de las agregaciones se reduce rápidamente. Por ejemplo, para un valor de  $63.61 \text{ kg m}^{-2}$  de CO del suelo, localizado en el centro de un píxel, para la escala del sensor AVHRR/satélite NOAA (píxeles de  $1\ 000 \text{ m} \times 1\ 000 \text{ m}$ , aproximadamente), el promedio estimado a esta escala es de sólo  $8.68 \text{ kg m}^{-2}$  (13.64% del valor muestreado a la escala de  $0.2 \text{ m}$ ). Este análisis resalta la importancia de corregir los efectos de escala de los muestreos cuando son utilizados para calibrar imágenes de satélite con escalas de observación diferentes a las de los muestreos.

Usando los mismos parámetros para las estimaciones del Cuadro 1, se realizó un proceso de análisis del efecto de escala de los muestreos de campo con una barrena de una pulgada de diámetro ( $l_m = 0.0254 \text{ m}$ ) sobre el contenido de COS. La Figura 2 muestra los resultados obtenidos al cambiar la escala de agregación (promedio a esa escala) en función del valor obtenido con la barrena. La gráfica fue diseñada usando distintas singularidades  $\gamma$ , que son invariantes de la escala.

La Figura 2 indica que, cuando el muestreo se hace con una barrena, se requiere normalizar el contenido de COS usando  $E[Z_{\lambda_m}] = 7.9 \text{ kg m}^{-2}$  (si se usa el valor obtenido de la base de datos analizada) o el medido para un sitio en particular. Este valor representa el 100 % y el efecto del cambio de escala (porcentaje con relación al valor obtenido con la barrena) se obtiene directamente

Cuadro 1. Estimación del promedio de agregaciones para diferentes  $\gamma$  del carbono orgánico en suelos (COS).

Satélite	Longitud m	$\gamma = 0.05$		$\gamma = 0.10$		$\gamma = 0.20$		$\gamma = 0.25$		$\gamma = 0.27$	
		kg m <sup>-2</sup>	%	kg m <sup>-2</sup>	%	kg m <sup>-2</sup>	%	kg m <sup>-2</sup>	%	kg m <sup>-2</sup>	%
Campo	0.2	2.29	100.00	5.27	100.00	27.72	100.00	63.61	100.00	88.68	100.00
SPOT 5	10.0	2.08	90.76	3.93	74.64	13.99	50.47	26.40	41.51	34.04	38.38
SPOT 4/2	20.0	2.03	88.65	3.71	70.42	12.32	44.43	22.45	35.29	28.55	32.19
LANDSAT 5/7	30.0	2.00	87.37	3.58	68.00	11.42	41.20	20.40	32.07	25.73	29.01
TERRA	250.0	1.84	80.07	2.95	56.06	7.62	27.48	12.24	19.24	14.79	16.68
TERRA	500.0	1.78	77.52	2.76	52.42	6.65	23.97	10.31	16.21	12.29	13.86
TERRA/NOAA	1000.0	1.72	74.91	2.58	48.93	5.79	20.88	8.68	13.64	10.2	11.50

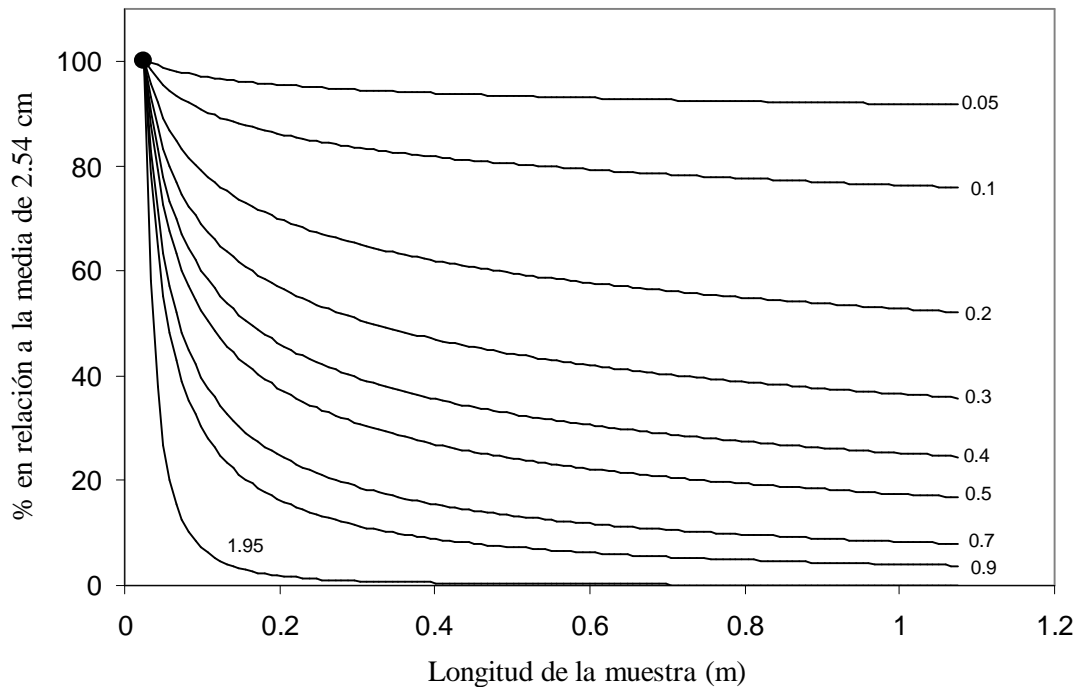


Figura 2. Efecto del cambio del promedio del carbono orgánico en los suelos (COS) por efecto de escala.

de la gráfica para la longitud de agregación,  $l_e$ , que se desee ( $\lambda_e = L/l_e$ ), al calcular el valor de la singularidad usando la Ecuación (4).

Así, por ejemplo, para órdenes de singularidad pequeños ( $\gamma = 0.05$  o menores), la agregación tiene efectos pequeños en la estimación del promedio. Para órdenes de singularidades grandes ( $\gamma = 1.95$  o mayores) el efecto de escala es muy marcado; de manera que la agregación promedio desde la escala del barreno a la de una muestra de longitud de un metro, disminuye fuertemente (0.08% del valor de la barrena). Esto evidencia la importancia de considerar el comportamiento multi-escalante en las estimaciones del contenido de COS.

El caso analizado sólo considera la situación donde la muestra de campo está centrada en un espacio de agregación y no toma en cuenta a las muestras espacialmente vecinas en el proceso de estimación de las estadísticas de la agregación. Este tipo de análisis se hace generalmente usando técnicas geoestadísticas (Goovaerts, 1999), como el método de interpolación Kriging (método de mínimos cuadrados generalizado) para minimizar una varianza de estimación (usando solo el caso  $q_e = 2$ ). Las estimaciones geoestadísticas a la escala  $l_m$  son agregadas a la escala  $l_e$  usando el método denominado Kriging por bloques (Goovaerts, 1999). La incertidumbre (distribución de probabilidad)

de las estimaciones a la escala  $l_e$  son evaluadas usando diferentes hipótesis y técnicas de agregación: Kriging por bloques o simulaciones estocásticas indicadoras condicionales (Goovaerts, 2001).

Las técnicas geoestadísticas están fuertemente limitadas ya que tienen un dominio de atracción gaussiano (por el teorema del límite central estándar) y son de tipo monofractal (proceso aditivos). En teoría de multifractales, las estimaciones son realizadas en forma invariante a escala, usando métodos de interpolación objetivos; esto es, independientes de la escala (Lovejoy *et al.*, 2001 y Salvadori *et al.*, 2001).

## DISCUSIÓN

El cambio de escala de los muestreos de campo del carbono orgánico en los suelos (COS) se abordó usando el marco teórico de los procesos multifractales, con el propósito de analizar su relación con la escala de los píxeles de las imágenes satelitales, de los muestreos de campo (0.2 m) a la de los satélites (10 a 1 000 m). Adicionalmente, se analizó el efecto de escalamiento del promedio de muestras con una barrena de una pulgada de diámetro a dimensiones mayores.

Los desarrollos mostrados en este trabajo tienen implicaciones importantes en los inventarios de gases de efecto invernadero (carbono), donde los suelos que tienen

alto contenido de COS generan sobre estimaciones importantes y difíciles de considerar en los métodos convencionales de estimación (incluyendo las técnicas geoestadísticas). Este tipo de problema es muy similar al encontrado en la evaluación de reservas mineras de yacimientos de oro diseminados, donde muestras con altas concentraciones del metal (pepitas de oro) sesgan las estimaciones y producen inventarios minerales mayores a los reales, con los problemas económicos que implica este tipo de valoraciones erróneas.

En esencia, los desarrollos mostrados dan solidez a la regla heurística: de lo poco mucho (los valores se pueden interpolar en forma confiable en términos espacialmente extensivos) y de lo mucho poco (la interpolación debe ser local).

### CONCLUSIONES

- En el presente trabajo se concluye que cuando existe la necesidad de escalar resultados provenientes de muestreos de campo, como los obtenidos para estimar el carbono orgánico del suelo, hasta las dimensiones normalmente empleadas en los píxeles de diferentes satélites o en términos de una malla terrestre, es preciso utilizar ciertos ajustes, como la aproximación mediante un proceso multifractal log-normal que usa los parámetros de la función universal de escalamiento.

- De esta manera ciertas muestras que pudiesen contener altas concentraciones, en el caso presente de carbono orgánico del suelo, no sesgan las estimaciones y permiten generar inventarios de este tipo de carbono más cercanos a los reales.

- Estos valores serían sobreestimados si se empleasen métodos convencionales de estimación como son las técnicas geoestadísticas tradicionales.

### LITERATURA CITADA

- Brax, P. and R. Peschanski. 1991. Levy stable law description of intermittent behaviour and quark-gluon plasma phase transitions. *Phys. Lett. B* 253: 225-230.
- Chabrilat, S., A. F. H. Goetz, L. Krosley, and H. W. Olsen. 2002. Use of hyperspectral images in the identification and mapping of expansive clay soils and the role of spatial resolution. *Remote Sens. Environ.* 82: 431-445.
- Chen, F., D. E. Kissel, L. T. West, and W. Adkins. 2000. Field-scale mapping of surface soil organic carbon using remotely sensed imagery. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64: 746-753.
- Coleman, T. L., P. A. Agbu, and O. L. Montgomery. 1993. Spectral differentiation of surface soils and soil properties: is it possible from space platforms? *Soil Sci.* 155: 283-293.
- Coleman, T. L. and W. Tadesse. 1995. Differentiating soil physical properties from multiple band DOQ data. *Soil Sci.* 160: 81-91.
- Fernández, R. N. and D. G. Schulze. 1987. Calculation of soil color from reflectance spectra. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 51: 1277-1282.
- Galvao, L. S., I. Vitorello, and A. R. Formaggio. 1997. Relationships of spectral reflectance and color among surface and subsurface horizons of tropical soil profiles. *Remote Sens. Environ.* 61: 24-33.
- Goovaerts, P. 1999. Geostatistics in soil sciences: state-of-the-art and perspectives. *Geoderma* 89: 1-45.
- Goovaerts, P. 2001. Geostatistical modelling of uncertainty in soil science. *Geoderma* 103: 3-26.
- Kida, S. 1991. Log-stable distribution and intermittency of turbulence. *J. Phys. Soc. Jpn.* 60: 5-8.
- Lovejoy, S., D. Schertzer, Y. Tessier, and H. Gaonac'h. 2001. Multifractals and resolution-independent remote sensing algorithms: the example of ocean color. *Int. J. Remote Sens.* 22: 1191-1234.
- Mattikalli, N. M. 1997. Soil color modeling for the visible and near-infrared bands of Landsat sensors using laboratory spectral measurements. *Remote Sens. Environ.* 59: 14-28.
- Metternicht, G. I. and J. A. Zinck. 2003. Remote sensing of soil salinity: potentials and constraints. *Remote Sens. Environ.* 85: 1-20.
- Monin, A. S. and A. M. Yaglom. 1975. *Statistical fluid mechanics: mechanics of turbulence.* MIT Press. Boston, MA, USA.
- Palacios-Orueta, A. and S. L. Ustin. 1996. Multivariate statistical classification of soil spectra. *Remote Sens. Environ.* 57: 108-118.
- Paz, F., E. Palacios, L. A. Palacios, L. Tijerina y E. Mejía. 2006. Correcciones atmosféricas usando patrones invariantes en el espacio del rojo e infrarrojo cercano. *Revista Latinoamericana de Recursos Naturales* 2: 3-16.
- Post, D. F., E. H. Horvath, W. M. Lucas, S. A. White, M. J. Ehasz, and A. K. Batchily. 1994. Relations between soil color and Landsat reflectance on semiarid rangelands. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58: 1809-1816.
- Salvadori, G., D. Schertzer, and S. Lovejoy. 2001. Multifractal objective analysis: conditioning and interpolation. *Stochastic Environ. Res. Risk Anal.* 15: 261-283.
- Sánchez-Marañón, M., G. Delgado, R. Delgado, M. M. Pérez, and M. Melgosa. 1995. Spectroradiometric and visual color measurement of disturbed and undisturbed soil samples. *Soil Sci.* 160: 291-303.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy. 1983. The dimension and intermittency of atmospheric dynamics. pp.7-33. *In: B. Launder (ed.). Turbulence Shear Flows 4.* Springer-Verlag. Karlsruhe, Germany.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy. 1987. Physically based rain and cloud modeling by anisotropic, multiplicative turbulent cascades. *J. Geophys. Res.* 92: 9693-9714.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy. 1989. Nonlinear variability in geophysics: multifractal analysis and simulation. pp. 49-63. *In: L. Pietronero (ed.). Fractals: physical origin and consequences.* Plenum Press. New York, NY, USA.
- Schertzer, D. y S. Lovejoy. 1991. Nonlinear geodynamical variability: multiple singularities, universality and observables. pp. 41-82. *In: D. Schertzer y S. Lovejoy (eds.). Non-linear variability in geophysics: scaling and fractals.* Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.

SEMARNAT-CP (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Colegio de Postgraduados). 2001-2002. Evaluación de la degradación de los suelos causada por el hombre en la República Mexicana, a escala 1:250 000. Memoria Nacional. SEMARNAT. México, D.F.

Udelhoven, T., C. Emmerling, and T. Jarmer. 2003. Quantitative analysis of soil chemical properties with diffuse reflectance spectrometry and partial least-square regression: A feasibility study. *Plant and Soil* 251: 319-329.